Informe de laboratorio
Determinación del valor de la aceleración de la gravedad *g* a través del método del plano inclinado

Cabrera, María
Kessler, Sofía
Solanilla, Juan

maruja_997@hotmail.com
sofiakessler@hotmail.com
juan.solanilla@hotmail.com

Física Experimental I – Facultad de Cs. Exactas – UNICEN
Octubre de 2009

Resumen

El peso de un cuerpo es la fuerza con la que la Tierra lo atrae hacia su centro. Esta fuerza depende de dos magnitudes: la masa del cuerpo y la aceleración de la gravedad. El valor de esta última es aproximadamente constante en toda la superficie de la tierra e igual a 9,8 m/s^2. El propósito de esta experiencia fue determinar su valor, en Tandil, provincia de Buenos Aires, Argentina, mediante la experiencia de plano inclinado.

Introducción

La aceleración de la gravedad puede ser medida mediante distintos experimentos tales como tiro oblicuo, tiro vertical, péndulo físico, plano inclinado, etc. Para que esto sea posible es necesario que el peso sea una de las fuerzas actuantes. Anteriormente, en esta materia fueron llevados a cabo varios de los experimentos antes mencionados con muy buenos resultados [1-5].

En este trabajo se determinó el valor de la aceleración de la gravedad *g* en la ciudad de Tandil, Bs. As, Argentina. Para esto se empleó un experimento llamado plano inclinado, que consiste en dejar deslizar un cuerpo por un plano inclinado.

Según la segunda Ley de Newton, la sumatoria de todas las fuerzas actuantes sobre un cuerpo, está dada por la ecuación [6]:

$$\sum \overline{F} = m\overline{a} \qquad (1)$$

donde m es la masa del cuerpo y a su aceleración.

Según la figura 1, las fuerzas que actúan sobre un cuerpo que se desliza sin fricción por un plano inclinado son el peso $\overline{P}$ y la fuerza normal $\overline{N}$. Tomando el eje x como paralelo al del deslizamiento del cuerpo y el eje y perpendicular a la superficie de deslizamiento:

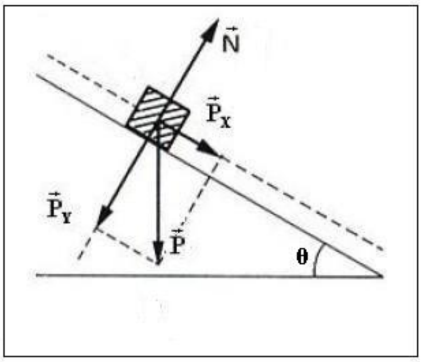

Figura 1: Esquema de fuerzas en un plano inclinado

$$\sum F_x = ma$$

$$P\sin\theta = ma$$

$$mg\sin\theta = ma \qquad (2)$$

$$\sum F_y = 0$$

$$N - P\cos\theta = 0 \qquad (3)$$

donde θ es el ángulo entre la dirección de movimiento y la horizontal, y g es la aceleración de la gravedad.

De la ecuación (2) deducimos que en un plano inclinado el cuerpo se moverá con aceleración $a = g\sin\theta$.

Debido a que la aceleración es constante, la posición del cuerpo en cualquier instante está dada por la fórmula:

$$d(t) = d_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad (4)$$

donde t es el tiempo, d_0 y v_0 son la posición y la velocidad del cuerpo respectivamente cuando $t = 0$.

Si $d_0 = 0$ y $v_0 = 0$, nos queda una expresión de la forma:

$$d = \frac{1}{2}at^2$$

Entonces, sabiendo que $a = g\sin\theta$:

$$d = \frac{1}{2}g\sin\theta t^2 \qquad (5)$$

Midiendo el tiempo t que tarda el cuerpo en recorrer la distanciad d y midiendo el ángulo de inclinación θ, se puede calcular el valor de la aceleración de la gravedad g.
En este experimento se obtuvo g a partir del análisis de los datos mediante el método de regresión lineal.

Detalles experimentales

En este experimento se utilizó como plano inclinado un riel de aluminio Pasco Scientific Model SF-9214. Este riel consiste en un tubo de unos 1.9 m de longitud dentro del cual se inyecta aire a presión mediante una bomba de aire (Pasco Scientific Model SF-9216). La parte superior del tubo presenta dos caras pulidas con forma de v invertida. Ambas caras presentan pequeños orificios equiespaciados en toda su extensión por los que escapa el aire comprimido, generando un colchón de aire sobre el que flota el cuerpo y que minimiza el rozamiento. El riel es soportado por un apoyo rectangular en un extremo y dos patas en el otro.

Se colocó el riel sobre una plataforma de metal rígida que fue nivelada de manera horizontal, ajustando las alturas de sus cuatro patas niveladoras. Esto se corroboró mediante dos niveles de albañilería perpendiculares entre sí. Al riel se le extrajo una de sus patas de apoyo, de manera que al colocarlo sobre la plataforma uno de los extremos quedó tocando la superficie de la misma y el otro elevado dando al riel la inclinación que se desea. Usando una plomada que alineaba el extremo del riel con el de la plataforma se aseguró que ambos estuvieran en un mismo plano vertical.

Para utilizar la ecuación (5) es necesario determinar $\sin\theta$. Esto se hizo mediante la fórmula trigonométrica $\sin\theta = \dfrac{a}{l}$ donde *a* es la altura entre la parte inferior del riel y la plataforma, y *l* la distancia desde el extremo hasta el punto desde el cual se midió la altura del triángulo rectángulo que queda determinado. Ambas longitudes se midieron mediante una regla con una incertidumbre de 0.001 m.

Para determinar el tiempo de caída se utilizó un par de fotosensores Pasco Scientific Model ME-9206A y ME-9215A equipados con un juego de emisor y detector de luz dispuestos es un bastidor con forma de herradura que son sensibles a la interrupción del haz de luz entre el emisor y el detector. Los detectores se montaron sobre el riel. Uno se colocó en la posición inicial (tope) y el otro a una distancia *x*, que se varió durante el experimento. El sensor más cercano al extremo quedó fijo en su posición, y para variar las distancias se cambió la posición del otro. El carro (129 ± 1 mm) tiene una bandera de metal que al pasar a través del primer sensor inicia el contador del cronómetro y al llegar al segundo lo detiene. De esta manera se determinó el tiempo al deslizarse una distancia *x*.

Para que la fórmula (5) sea aplicable, debe cumplirse la hipótesis que la velocidad inicial v_0 es 0. Para ello se colocó el carro bien pegado al tope y se ubicó el primer sensor tan cerca como fue posible de éste último.

Se soltó el carro 10 veces para 5 distancias distintas, desde el tope, sujetándolo previamente con pelo de una de las autoras que era cortado con una tijera para iniciar la caída.

Resultados

La medición de los lados del triángulo determinado por el riel y la horizontal arrojaron los siguientes resultados:

$$a = 0.029 \pm 0.001\, m$$
$$l = 0.400 \pm 0.001 m$$

Con lo cual

$$\sin\theta = \frac{a}{l} = 0.072 \pm 0.004$$

Ver en Apéndice el cálculo de la incertidumbre.

En la figura 2 se pueden observar los resultados del experimento, donde se ha graficado t^2 versus d con el fin de evidenciar si existe una relación lineal entre ambas magnitudes.

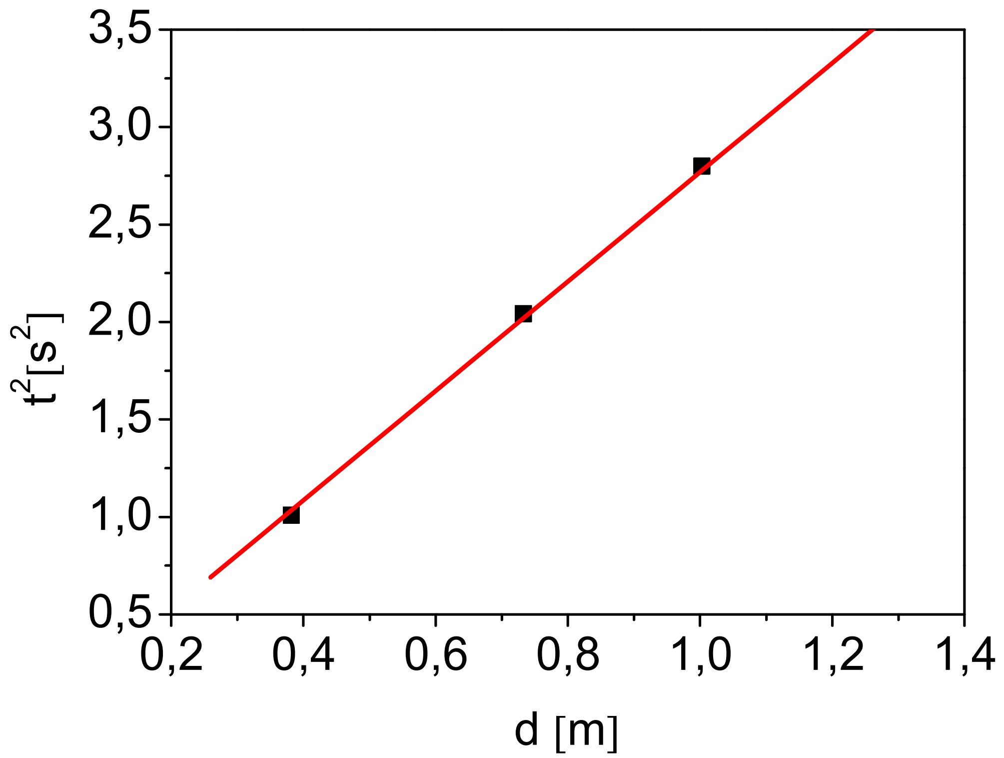

Figura 2: Cuadrado del tiempo de caída en función de la distancia recorrida. La línea continua corresponde a un ajuste de una recta a los datos experimentales.

Aplicando regresión lineal sobre los puntos experimentales, se obtuvieron los siguientes valores para los parámetros de ajuste:

$\alpha = 2{,}80527 \quad s^2 m^{-1}$
$\sigma_\alpha = 0{,}03169 \;\; s^2 m^{-1}$
$\beta = -0{,}03749 \;\; s^2$
$\sigma_\beta = 0{,}03625\, s^2$
$r = 0{,}99981$

donde α es la pendiente de la recta, β la ordenada al origen, r coeficiente de correlación (si r = ±1 la relación entre *d y* t^2 es lineal unívocamente), σ_α y σ_β las desviaciones estándar correspondientes a α y β, respectivamente.

De la fórmula (5) sabemos que:

$$\alpha = \frac{2}{g\sin\theta}$$

Con lo cual

$$g = 10.18491\frac{m}{s^2}$$

La incertidumbre absoluta de la medición calculada a partir de σ_α y la incertidumbre con la que se determinó $\sin\theta$ arrojó el siguiente resultado 0.6 $\frac{m}{s^2}$ (Ver cálculos particulares en apéndice)

El valor final para esta experiencia es:

$$\boxed{g = 10.2 \pm 0.6\frac{m}{s^2}}$$

Análisis

El valor determinado para g en este trabajo resulto ser $g = 10.2 \pm 0.6\frac{m}{s^2}$. El valor determinado por otros investigadores que utilizaron métodos más precisos ($g = 9.799165\frac{m}{s^2}$) cae dentro del intervalo de incerteza de nuestra determinación $(9.6 - 10.8)\frac{m}{s^2}$ [7] [5].

Tanto el coeficiente de correlación lineal (r = 0,99981), como el valor obtenido de $\beta\left(-0.03 \pm 0.03\, s^2\right)$, en cuyo intervalo se encuentra el 0, ponen en manifiesto la linealidad entre t^2 y d.

Por otro lado, nuestra determinación difiere por exceso del valor obtenido utilizando métodos más precisos en un 4%. Esta diferencia puede deberse a varios factores:

- Un error sistemático por defecto en la medida del tiempo. Es posible que el tiempo de tránsito entre el tope y el primer sensor no sea despreciable respecto al t total e introduzca un error por defecto en la determinación del tiempo.

- Un error sistemático en la determinación del ángulo de inclinación θ. Cualquier error en la determinación de dicho ángulo θ con respecto a la horizontal se mantiene a lo largo de todo el experimento. Esto puede dar lugar a un corrimiento entre el valor obtenido de g y el valor de g determinado por métodos más precisos.

Conclusión

Se montó un plano inclinado utilizando un riel por donde se dejó caer un carro. Se midieron distancias entre posición final e inicial predeterminadas y el tiempo que el carro tardaba en recorrerlas. Se comprobó que el modelo se ajusta a la ecuación de posición para un MRUV con aceleración constante.

Se determinó $g = 10.2 \pm 0.6 \frac{m}{s^2}$, valor que difiere un 4% de otro hallado por métodos más precisos.

En futuros experimentos, se determinará más precisamente el ángulo de inclinación y la horizontal respecto de la cual se lo estima, así como tratar de obtener un tiempo más cercano al real.

APENDICE

Tabla de resultados

Mediciones	Distancias (m)	Tiempos (s)
1	1,507 ± 0,001	2,046 ± 0,001
		2,032
		2,038
		2,043
		2,032
2	1,003 ± 0,001	1,672 ± 0,001
		1,678
		1,672
		1,675
		1,668
3	0,733 ± 0,001	1,432 ± 0,001
		1,432
		1,433
		1,426
		1,423
4	1,607 ± 0,001	2,120 ± 0,001
		2,118
		2,125
		2,111
		2,115
5	0,382 ± 0,001	1,004 ± 0,001
		1,004
		1,003
		1,004
		1,007

Por regresión lineal sobre t^2 en función de d la ecuación (2) quedara así:

$$t^2 = \alpha d + \beta$$

Se obtuvieron los siguientes valores de α y β:

$\alpha = 2,80527 \pm 0,03169$

$\beta = -0,03749 \pm 0,03625$

De α se obtuvo:

$$g = \frac{2}{\alpha \sin \theta}$$

$$g = 10.2 \frac{m}{s^2}$$

Cálculo de incertidumbres

Para poder combinar las incertidumbres instrumentales con los estadísticos en una misma formula, para la determinación de la incertidumbre total de g, es necesario que el error estadístico calcule de la siguiente forma:

$$u_\alpha = z_\alpha \,.\, \sigma_\alpha$$

Donde se determina que hay un 95% de confiabilidad que el verdadero valor se encuentre en el intervalo, siendo $z_\alpha = 1.96$. Por lo tanto:

$$u_\alpha = 0.06 s^2 m^{-1}$$

Por otro lado, la incertidumbre asociada a la determinación de $\sin\theta$ está dada por:

$$\frac{\Delta(\text{sen}\,\theta)}{\text{sen}\,\theta} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta H}{H} = \frac{0{,}1\text{ cm}}{2{,}9\text{ cm}} + \frac{0{,}1\text{ cm}}{40\text{ cm}} = 0{,}06$$

Multiplicando luego por (sen θ) para obtener el error absoluto:

$$\Delta\,(\text{sen}\,\theta) = 0.004$$

Por lo que la incertidumbre instrumental asociada a la determinación del $\sin\theta$ es:

$$u_i = 0.004$$

Entonces, al despreciarse el error estadístico del sen θ ya que solo se realizó una medición para determinarlo, el error total de g queda determinado por:

$$u_g^{\,2} = \left(\frac{\partial g}{\partial \alpha}\right)^2 (u_\alpha)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial \sin\theta}\right)^2 (u_i)^2$$

$$u_g = 0.6$$

Referencias:
[1] J. Mac Intyre, M. Portillo, "*Medición de la gravedad",* Física Experimental I, Noviembre de 2006.
[2] A. Campo, M. De Bernardi, E. Mansilla, "*Gravedad en Tandil",* Física Experimental I, Noviembre de 2006.
[3] A. Biera, G. Huck, P. Palermo, "*Aceleración de la gravedad.*
Plano inclinado", Física Experimental I, Octubre de 2006.
[4] A. Biera, G. Huck, P. Palermo, *"Aceleración de la gravedad. Péndulo simple",* Física Experimental I, Octubre de 2006.
[5] D. García, P. Larregain, A. Machado, "*Medición de la aceleración de la gravedad",* Experiencia de Laboratorio, Física Experimental I, 2008
[6] Física, volumen 1: Mecánica. Alonso Finn.
[7] Información brindada por el Dr. A. Introcaso, Grupo de Geofísica del Instituto de Física de Rosario (IFIR)